### **1.2.1. Перевод целых десятичных чисел**

Общее правило перевода целых чисел из одной системы счисления с основанием q в другую систему счисления с основанием p следующее: Допустим, что число Х из системы счисления с основанием q требуется перевести в систему счисления с основанием р. Перевод осуществляем по следующему правилу:

* целое число делим на основание р; полученный от деления первый остаток является младшей цифрой целого числа с новым основанием р;
* целую часть полученного числа снова делим на основание р; в результате определим второй остаток, равный следующей после младшей цифре числа с основанием р;
* деление будем производить до тех пор, пока не получим частное, меньшее делителя; это последнее частное дает старшую цифру числа с основанием р новой системы.

**Пример 1.2.1-1.** Перевод числа в двоичную систему.

А10 = 53

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 53  -  52 | 2 | 2 | | | | **5310=1101012** |
| 26  - |
| 1 | 26 | 13  - | 2 | | |
|  | 0 | 12  1 | 6 | 2 |  |
| -  6 | 3  -  2 | 2 |
|  |  | 0 |  | 1 |
|  |  |  | 1 |  |

**Пример 1.2.1-2.** Перевод числа в восьмеричную систему.

**1)** А10=65

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 65  -  64 | 8 | 8 | | | | **6510=1018** |
| 8  - |
| 1 | 8 | 1 |  | | |
|  | 0 |  |  |  |  |

**2)** А10=44

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 44  -  40 | 8 |  | | **4410=548** |
| 5 |
| 4 |  |  |  |

**Пример 1.2.1-3.** Перевод числа в шестнадцатеричную систему:

**1)** А10=48

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 48  -  48 | 16 |  | | **4810=3016** |
| 3 |
| 0 |  |  |  |

**2)** А10=225

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 225  -  224 | 16 |  | | **22510=Е116** |
| 14(E) |
| 1 |  |  |  |

### **1.2.2. Перевод целых восьмеричных и шестнадцатеричных чисел в двоичную систему**

Восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления являются вспомогательными системами при подготовке задачи к решению:

2 =21

8 =23

16 =24

.

Удобство использования этих чисел состоит в том, что числа соответственно в 3 и 4 раза короче двоичной системы, а перевод в двоичную систему и наоборот несложен и выполняется простым механическим способом.

Для перевода восьмеричного (шестнадцатеричного) числа в двоичную форму достаточно каждую цифру этого числа заменить соответствующим трехразрядным (четырехразрядным) двоичным числом, при этом отбрасывают ненужные нули в старших разрядах.

**Пример 1.2.2-1.** Перевести число 137.458 в двоичную систему счисления.

Перевод осуществляется заменой каждой восьмеричной цифры трехзначным двоичным числом (триадой):

1 3 7 4 5

001 011 111 100 101 .

То есть,137.4510 = 001011111.1001012= 1011111.1001012 .

И наоборот, заменой каждой триады слева и справа от запятой эквивалентным значением восьмеричной цифры, образуется восьмеричное число.

Если в крайней слева или справа триаде окажется меньше трех двоичных чисел, то эти тройки дополняются нулями.

**Пример 1.2.2-2.** Перевести число 5F.9416в двоичную систему счисления.

Перевод осуществляется заменой каждой шестнадцатеричной цифры четырехзначным двоичным числом (тетрадой):

5 F 9 4

0101 1111 1001 0100

То есть,5F.9416 = 01011111.100101002 = 1011111.1001012**.**

**Пример 1.2.2-3.** Перевести число А=19110 в двоичную систему счисления различными способами.

**1)** А10→ А2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 191  -  -190 | 2 |  |  |  |  |
| 95  - | 2 |
| 1 | 94 | 47  - | 2 |  |
|  | 1 | 46  1 | 23  - | 2 |  |  | **А2 = 101111112** |
| 22 | 11  - | 2 |
|  |  | 1 | 10 | 5  - | 2 |  |
|  |  |  | 1 | 4 | 2  - | 2 |
|  |  |  |  |  | 1 | 2 | 1 |
| 0 |  |

**2)** А10→ А8→ А2

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 191  -  184 | 8 | 8 | | | | **А8 = 2778 = 0101111112** |
| 23  - |
| 7 | 16 | 2 |  | | |
| 7 |  |  |  |  |

**3)** А10→ А16→ А2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 191  -  176 | 16 |  | | **А16 = ВF16 = 101111112** |
| 11(B) |
| 15(F) |  |  |  |

Из примера следует, что перевод десятичного числа в двоичное число проще выполнять через шестнадцатеричную систему счисления.

### **1.2.3. Перевод действительных (с дробной частью) десятичных чисел**

Перевод числа с дробной частью в систему с произвольным основанием **р** производится следующим образом. При преобразовании дробной части числа выполняется последовательное умножение на основание **р** дробной части десятичного числа, а затем дробной части произведения с выделением в каждом цикле целых частей произведения, которые и являются цифрами дробной части преобразованного числа с новым основанием **р**. Этот процесс преобразования (т.е. умножения и выделения целых частей) продолжается до тех пор, пока после очередного умножения на основание **р** дробная часть не окажется равной 0 (что означает точное преобразование в дробь с новым основанием) или пока мы не получим достаточное количество разрядов дроби, удовлетворяющее нас с точки зрения точности преобразования.

Для смешанного числа, имеющего целую и дробную часть, перевод осуществляется отдельно для каждой части, а затем число “собирается”.

**Пример 1.2.3-1.** Перевести в двоичную систему счисления правильные десятичные дроби:

Пусть имеем дробное десятичное число В < 1. Требуется определить двоичную дробь, то есть в соответствии с (1.1)

∞

В = b-12-1 + b-22-2 + ... = Σb-i2-i ,

i=1

гдеb-1, b-2 ...b-i — двоичные цифры (т.е. 0 или 1).

Эти двоичные цифры дробного числа определяем следующим образом:

**а)** умножаем заданное число В на 2, определяем целую часть числа 2⋅В(это будет первая цифра b-1) и дробную часть В1.

**b)** умножаем В1 на 2, снова отделяем целую часть от 2⋅В1(это будет вторая цифра b-2) и дробную часть В2 и т. д.

Пусть, например, В10 = 0,31. Найти В2.

**а)** 0.31⋅2 = 0.62 b-1  = 0 В1= 0.62

**b)** 0.62⋅2 = 1.24 b-2  = 1 В2= 0.24

**c)** 0.24⋅2 = 0.48 b-3  = 0 В3= 0.48

**d)** 0.48⋅2 = 0.96 b-4  = 0 В4= 0.96

**e)** 0.96⋅2 = 1.92 b-5  = 1 В5= 0.92

**f)** 0.92⋅2 = 1.84 b-6  = 1 В6= 0.84 и т.д.

Ответ:0.3110 = 0.010011...2 **.**

Пусть, например, В10 = 0.25. НайтиВ2.

**а)** 0.25⋅2 = 0.5 b-1  = 0 В1 = 0.5

**b)** 0.5⋅2 = 1.0 b-2  = 1 В2 = 0.

Ответ:0.2510 = 0.012

**Пример 1.2.3-2.** Перевести в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления десятичное число12.1510.

**1)**  А10→ А2

**а)**перевод целой части

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 12  -  12 | 2 | 2 | | | | 1210 = 11002 |
| 6  - |
| 0 | 6 | 3  - | 2 | | |
| 0 | 2 | 1 |  |  |
| 1 |  |  |  |

**b)**перевод дробной части числа

0.15⋅2 = 0.3 b-1  = 0

0.3⋅2 = 0.6 b-2  = 0

0.6⋅2 = 1.2 b-3  = 1

0.2⋅2 = 0.4 b-4  = 0 - период

0.4⋅2 = 0.8 b-5  = 0 0.1510 = 0.00(1001)2

0.8⋅2 = 1.6 b-6  = 1

0.6⋅2 = 1.2 b-3  = 1

А2 = 1100.00(1001)2.

**2)** А10→ А8

**а)** перевод целой части

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 12  -  8 | 8 |  | | 1210 = 148 |
| 1 |
| 4 |  |  |  |

**b)** перевод дробной части числа

0.15⋅8 = 1.2 b-1  = 1

0.2⋅8 = 1.6 b-2  = 1

0.6⋅8 = 4.8 b-3  = 4

0.8⋅8 = 6.4 b-4  = 6 - период

0.4⋅8 = 3.2 b-5  = 3 0.1510 = 0.1 (1463)8

0.2⋅8 = 1.6 b-6  = 1

А8=14.1(1463)8=001100.001001100110011...2=1100.00(1001)2

**3)**  А10→ А16

**а)**перевод целой части

**1210 = С16**

**b)**перевод дробной части числа

0.15⋅16 = 2.4 b-1  = 2

0.4⋅16 = 6.4 b-2  = 6 - период0.1510 = 0.2 (6)16

0.4⋅16 = 6.4 b-3  = 6

А16 = С.2(6)16 = 1100.001001100110011...2 =1100.00(1001)2.

Подтверждается вывод, что, как и в примере 1.2.2-3, перевод десятичного числа в двоичное число быстрее всего происходит через шестнадцатеричную систему.

### **1.2.4. Перевод действительных чисел в десятичную систему счисления**

Этот перевод осуществляется непосредственным применением закона (1.1).

**Пример 1.2.4-1.** Перевести числа в десятичную систему счисления.

1011.011012=1⋅23+0⋅22+1∙21+1⋅20+0⋅2-1+1⋅2-2+1⋅2-3+0⋅2-4+1⋅2-5=**1113/32**=11.40610

27.448 = 2 ⋅81 + 7⋅80 + 4⋅8-1 + 4⋅8-2 = 23.562510

F2A.416 = 15⋅162 + 2⋅161 + 10⋅160 + 4⋅16-1 = 3882.2510

**Пример 1.2.4-2**. Перевести число**11010012**в десятичную систему счисления.

**1)**Применим закон (1.1):

11010012 = 1⋅26 + 1⋅25 + 0⋅24 + 1⋅23 + 0⋅22 + 0⋅21 + 1⋅20 = 10510

**2)**Выполним перевод в десятичную систему счисления через восьмеричную систему счисления:

11010012 = 1518 = 1⋅82 + 5⋅81 + 1⋅80 = 10510

**3)**Выполним перевод в десятичную систему счисления через шестнадцатеричную систему счисления:

11010012 = 6916= 6⋅161 + 9⋅160 = 96 + 9 = 10510.